

Collège de physique et de philosophie Séance du 14 mai 2012

Section I – Exposé de Roger Balian sur la théorie de la mesure

Roger Balian. Je souhaite vous présenter une petite partie d'un travail que nous avons entamé il y a une dizaine d'années avec deux collègues – l'un étant en Arménie et l'autre aux Pays-Bas et tous deux voyageant beaucoup, ceci a ralenti un peu notre travail. Ce travail est achevé et fera l'objet d'une publication détaillée dans *Physics Reports* ; il est disponible sur le site de l'IPhT (<http://iph.tcea.fr>) sous la référence *t11/166*, et sur *arXiv:1107.2138v2*. Notre but a consisté à essayer de comprendre comment se comportent les mesures idéales sans sortir de la mécanique quantique la plus conventionnelle. Afin de bien préciser dans quel cadre nous sommes placés, je vais commencer par rappeler l'interprétation statistique que je considère comme l'interprétation minimale de la mécanique quantique, dans laquelle on met le moins de choses possibles. Ensuite je passerai à la présentation du modèle et à sa résolution, avec les problèmes que cela pose.

1. L'interprétation statistique

La notion d'observable

De la manière dont je la vois, l'interprétation statistique est une interprétation dualiste avec d'un côté l'objet et de l'autre, l'information que nous avons sur lui. L'objet lui-même concerne la réalité tandis que l'information, elle, fait intervenir les connaissances que nous avons sur l'objet, ce qui signifie qu'elle fait intervenir l'observateur. Au départ, ce qui se rapporte à l'objet est mathématiquement représenté par des observables (qui représentent des grandeurs physiques associées à un système donné dans des circonstances non spécifiées). On peut traduire cette représentation mathématique par le fait que les observables sont les éléments d'une C^* -algèbre, c'est-à-dire une algèbre non commutative dans laquelle il existe une correspondance entre les différents objets mathématiques et leurs adjoints. Et les observables sont les objets self-adjoints de cette algèbre. Les observables jouent un rôle un peu analogue à celui de variables aléatoires, mais présentent la particularité d'être non commutatives. Elles sont donc à la fois très concrètes, puisqu'elles concernent le système lui-même – réel –, mais abstraites (comme à chaque fois que l'on passe aux mathématiques). Si jamais ces objets commutent, alors tout ce qui suit se ramène à la mécanique statistique classique.

Il convient d'introduire un deuxième objet mathématique : la dynamique. La dynamique d'un système isolé est régie par l'équation de Heisenberg, selon laquelle ce sont les observables et non les états qui évoluent dans le temps. En fait, si nous voulons rester dans le cadre mathématique il suffit de dire que l'évolution est un homomorphisme continu des observables,

dont le générateur infinitésimal est le Hamiltonien.

Voilà pour ce qui concerne la notion d'objet. Jusqu'à présent, nous pouvons aussi bien parler d'objets individuels que d'ensemble statistique d'objets. Mais si nous voulons passer à la notion d'état, qui décrit mathématiquement la connaissance que nous avons des systèmes physiques, alors il s'agit de savoir de quelle information nous disposons sur le système.

La notion d'état

Notre information sur un système est irrémédiablement probabiliste – nous ne pouvons pas en mécanique quantique l'empêcher de l'être. Et si donc elle est probabiliste, la mécanique quantique nous oblige à décrire non pas des systèmes individuels mais des ensembles statistiques d'objets. Un ensemble statistique \mathcal{E} est un ensemble de systèmes identiquement préparés mais qui peuvent fournir des résultats différents lorsqu'on fait des expériences sur eux. Si nous voulons parler de système individuel, la seule issue consiste à supposer que ce dernier est un élément d'un ensemble virtuel. Mais nous pouvons aussi considérer que les systèmes individuels font partie d'ensembles réels. Par exemple quand nous considérons une mesure, la mesure est un ensemble réel \mathcal{E} de très nombreuses réalisations ("runs"). Nous serons aussi amenés à parler de sous-ensembles \mathcal{E}_{sub} , en extrayant parmi l'ensemble \mathcal{E} certaines réalisations -- de même, dans une suite de tirages à pile ou face, on peut extraire divers groupes de tirages ; selon le sous-ensemble, la proportion de tirages pile et de tirages face est arbitraire.

L'information sera en définitive fournie sous forme d'espérances mathématiques, et par suite de fluctuations, de corrélations ou, si nous parlons de systèmes individuels, d'auto-corrélations c'est-à-dire de corrélations d'un système à un instant donné avec le même système à un autre instant. Là aussi, cette auto-corrélation est un objet probabiliste. Je précise ici que « probabilité » s'entendra pour les états au sens bayésien, c'est-à-dire caractérisant notre connaissance du système ; elle pourra aussi s'identifier à une fréquence, pour une suite d'expériences fournissant des résultats différents avec des probabilités données.

L'état d'un système

L'état d'un système est représenté mathématiquement par une application de l'algèbre des observables sur les réels, application qui fournit l'espérance de chaque observable O . Cette correspondance résume toute l'information que nous sommes susceptibles d'extraire sur le système, ou plus exactement sur l'ensemble statistique auquel le système appartient. Cette correspondance doit être linéaire, réelle, normée, positive. On peut montrer que cela permet de construire un espace de Hilbert sur lequel agissent les observables. Une fois cet espace construit, l'état peut être représenté par un opérateur densité D , une espérance s'obtenant en formant la trace du produit de D et de O dans cet espace de Hilbert.

(Un cours est actuellement professé par François David sur l'emploi des C^* -algèbres comme point de départ de la mécanique quantique ; il permet de comprendre pourquoi ce sont ces algèbres-là qui interviennent et pourquoi, en particulier, ce sont des algèbres sur les complexes (ce sont les seules à avoir une propriété de séparabilité). Ce cours est publié sur le site de l'IPhT.)

Cette correspondance permet d'évaluer des variances, qui sont obtenues comme

espérances de carrés, et des probabilités, qui sont obtenues comme espérances de projecteurs. En revanche, l'opérateur densité lui-même n'est pas une probabilité habituelle puisque c'est un objet mathématique qui permet de calculer toutes sortes d'espérances, même d'objets non commutants, ce qui n'est pas pris en compte dans la théorie des probabilités habituellement enseignée. Les véritables probabilités émergent lors d'un processus de mesure.

Je vais me placer par la suite dans l'image de Schrödinger, équivalente à l'image de Liouville-von Neumann, mais dans laquelle on fait évoluer les états et non pas les observables, ce qui est mathématiquement équivalent dans le cas particulier où on ne s'intéresse pas aux auto-corrélations mais uniquement à des quantités à un seul temps.

L'interprétation probabiliste ressemble, en définitive, beaucoup à la mécanique statistique classique qui n'est finalement rien d'autre qu'une correspondance entre les observables classiques (c'est-à-dire les éléments d'une algèbre commutative, qui se comportent comme des variables aléatoires ordinaires) et leurs espérances. Mais ici, le tout est irréductiblement probabiliste ; on ne peut en général pas obtenir de certitude, ce qui est illustré par l'inégalité d'Heisenberg : nous n'avons pas le droit de penser à des valeurs que pourraient prendre les observables. Ces valeurs que nous attribuerons à des observables (de même que les probabilités ordinaires) émergeront dans une mesure, comme résultat d'une inférence de l'observation du pointeur macroscopique vers une propriété du système microscopique. Celui-ci obéit en effet à des lois que nous ne pouvons appréhender que de façon mathématique, et nos observations concrètes nécessitent des appareils macroscopiques.

Attribution d'un état à un système dans une situation donnée

L'attribution d'un état à un système dans une situation donnée peut se faire soit par une préparation complète avec filtrage, soit – beaucoup plus fréquemment quand on traite d'un gros objet – par une préparation partielle. Ce dernier cas est analogue à l'attribution d'une loi de probabilité à un système donné : il convient d'opérer un choix non biaisé, qui peut reposer sur des critères de symétrie. En mécanique quantique, il s'agit de la symétrie unitaire qui fait que toutes les représentations des observables sont équivalentes. Ce critère généralise la méthode de Laplace, qui consiste à dire que si plusieurs événements tous sur le même plan sont possibles, ils sont équiprobables. En mécanique quantique, cela se traduira par le fait que l'opérateur densité est proportionnel à l'unité en l'absence d'indication. Si certaines espérances sont données, elles fournissent des contraintes sur l'opérateur densité, et on peut montrer que la détermination, grâce à l'emploi du critère d'entropie maximale, de l'opérateur densité le moins biaisé parmi ceux qui satisfont à ces contraintes résulte du principe de Laplace.

Catherine Pépin. Quelle est la différence entre une préparation complète et une préparation partielle ? Pouvez-vous citer un exemple de préparation complète ?

Roger Balian. Dans une préparation complète on prend, par exemple, un système dont le fondamental est non dégénéré et on fait en sorte de le vider au maximum de son énergie. Il est alors dans l'état fondamental. Il peut aussi s'agir d'un spin qu'on polarise pour qu'il soit pur. Pour ce qui est d'une préparation incomplète, je pourrais citer l'exemple de l'état initial de l'appareil dans une mesure. Celui-ci étant macroscopique, la

seule manière de le décrire est probabiliste. Si l'appareil est un objet qu'on porte à une certaine température, on utilise le critère d'entropie maximale qui conduit à lui attribuer un état caractérisé par une distribution canonique.

Le statut des états purs

Jusqu'à ce stade de mon exposé, il n'y a aucune différence conceptuelle entre état pur et état mélange, puisque dans tous les cas il s'agit d'une association entre les observables et leurs espérances. La seule différence est que les états purs sont des états maximaux dans l'espace des différents états. Ce ne sont que des cas particuliers. Mais les autres états présentent une propriété très gênante, n'ayant aucun équivalent en théorie ordinaire des probabilités : si nous partons d'un mélange statistique et que nous le décomposons, nous pouvons écrire mathématiquement cette décomposition sous la forme :

$$D = \sum_k p_k |\psi_k\rangle\langle\psi_k|.$$

Cette équation semble aisée à interpréter : l'ensemble statistique considéré, représenté par un mélange D , n'est rien d'autre que la réunion de sous-ensembles statistiques décrits par l'état pur $|\psi_k\rangle$ en proportion p_k . Mais cette interprétation, qui serait naturelle en théorie classique des probabilités, est totalement fallacieuse et fautive en mécanique quantique, parce que la décomposition n'est pas unique. C'est une ambiguïté quantique sur laquelle je reviendrai tout à l'heure.

Hervé Zwirn. Les $|\psi_k\rangle$ sont bien des états purs, n'est-ce pas ?

Roger Balian. Oui. Prenons l'exemple tout à fait trivial d'un spin non polarisé. Nous pourrions aussi bien dire que ce spin non polarisé décrit une population de spins qui sont polarisés en proportions égales suivant Oz ou suivant $-Oz$. Mais nous pourrions tout aussi bien dire qu'ils sont polarisés dans n'importe quelle direction, avec la même probabilité. La seconde description semble plus raisonnable, mais elle n'est ni plus ni moins raisonnable que la première, puisque la première existe. Plus généralement, on peut mathématiquement décomposer D en somme $\sum_k p_k D_k$ où D_k semble décrire un sous-ensemble, mais là encore la décomposition peut se faire d'une infinité de façons et cette interprétation est fallacieuse.

Etant donné qu'il existe plusieurs décompositions du même opérateur densité, si nous prenons un système individuel de l'ensemble décrit par D , il faut bien que nous disions à quel sous-ensemble particulier il appartient. Or les opérateurs densité que l'on est amené à lui attribuer de cette façon sont totalement différents d'une décomposition à l'autre, et même incompatibles puisqu'ils peuvent aboutir à des prédictions différentes pour ce même système. Il est impossible de décomposer un ensemble statistique réel, décrit par D et constitué de vrais systèmes réels, en sous-ensembles statistiques eux-mêmes réels en l'absence d'autre information que la connaissance de D . Les sous-ensembles k ou k' qui sont définis par une décomposition $\sum_k p_k D_k$ ou par une autre décomposition $\sum_{k'} p'_{k'} D'_{k'}$ sont des objets virtuels qui n'ont de sens que mathématique et ne peuvent strictement pas avoir un sens physique. En effet, nous ne pouvons pas dire qu'un système appartient à la fois à un sous-ensemble k dans lequel il serait

dans un état D_k et à un autre sous-ensemble k' dans lequel il serait dans un autre état $D_{k'}$ – puisque ces deux états sont incompatibles. Ce point, essentiel dans l'analyse d'un processus de mesure, fera l'objet de la dernière partie de mon exposé.

Si nous voulons donner un sens à une décomposition de ce type, nous sommes donc obligés de considérer non seulement l'ensemble statistique complet auquel le système considéré appartient mais aussi tous les sous-ensembles possibles qui pourraient le contenir. Et il faut essayer de capturer des informations supplémentaires sur ces sous-ensembles réels.

J'en ai fini sur l'interprétation. Je vais poursuivre mon exposé en restant dans le cadre de pensée que je viens de préciser, pour essayer de décrire une mesure.

2. Le modèle de Curie-Weiss

Le modèle que nous avons considéré et résolu en grand détail comprend d'abord le système microscopique S que l'on veut tester, un spin $\frac{1}{2}$ dont on veut mesurer la composante s_z selon la direction Oz . Puis l'appareil $A=M+B$ utilisé décrit, dans un modèle assez réaliste, un grain magnétique, objet macroscopique dont l'aimantation est susceptible de s'orienter le long de Oz , soit dans le sens positif soit dans le sens négatif. On peut y distinguer l'aimant M, assemblée de N spins $\frac{1}{2}$, qui sert de pointeur macroscopique – le signe de son aimantation $m = (1/N) \sum_n \sigma_z^{(n)}$ émergera du processus de mesure. Ces N spins sont couplés par une interaction de Ising $-1/2 J N m^2$ dans la direction Oz . Initialement M est dans l'état paramagnétique, métastable à la température T ($\langle m \rangle = 0$). Un couplage direct $-N g s_z m$ entre le système S testé et le pointeur M va déclencher la transition vers l'un ou l'autre des deux états ferromagnétiques stables, d'aimantation $\langle m \rangle = +m_F$ ou $-m_F$. Mais à lui seul, ce grain magnétique n'aurait pas de dynamique. C'est pourquoi l'appareil A comporte une seconde partie, un bain B thermique de phonons à la température T . Celle-ci est inférieure à la température de transition J ; le bain impose sa température à M et le transfert de chaleur de M vers B conduit M vers un équilibre ferromagnétique. Le couplage phonons/spins est caractérisé par une faible constante de couplage γ entre M et B. L'un des intérêts de ce modèle est de permettre de trouver une solution pour diverses valeurs des paramètres, et de voir par exemple dans quels cas le processus sera une mesure et dans quels autres il échouera.

Nous avons testé ce modèle sous toutes les faces. Je me limiterai ici aux éléments les plus simples. La variable qui sert de pointeur est le signe de l'aimantation $\langle m \rangle$ suivant la direction Oz du grain magnétique. La dynamique est hamiltonienne – c'est vraiment la mécanique quantique la plus standard – avec les trois couplages M-M, S-M et M-B définis ci-dessus. Le Hamiltonien comporte aussi une partie associée aux phonons du bain. L'opérateur densité étudié $\mathcal{D}(t)$ décrit le système global (isolé) S+A. Nous utilisons pour les opérateurs densité marginaux les notations r pour S, \mathcal{R} pour A, R_M pour M, R_B pour B, D pour S+M. L'état initial $\mathcal{D}(0)$ est factorisé en le produit tensoriel $r(0) \times R_M(0) \times R_B(0)$, où $r(0)$ décrit l'état de S que l'on veut tester, $R_M(0)$ l'état métastable paramagnétique de M et $R_B(0)$ l'état d'équilibre canonique du bain à la température T . Afin de déterminer $\mathcal{D}(t)$ à tout instant, nous tournons la

manivelle avec l'équation de Liouville–von Neumann $i\hbar d\mathcal{D}(t)/dt=[H, \mathcal{D}(t)]$ qui est, pour la mécanique statistique, l'équivalent de l'équation de Schrödinger. (Nous sommes obligés de nous placer dans le cadre de la mécanique statistique puisque l'appareil est nécessairement un objet macroscopique : il ne peut donc pas être décrit dans le cadre des états purs, car il ne peut pas être préparé dans un tel état pur.)

La conservation de l'observable mesurée s_z permet de décomposer la matrice densité \mathcal{D} en 4 blocs, deux diagonaux associés respectivement aux valeurs 1 et -1 de s_z et deux non diagonaux. Ces 4 blocs évoluent indépendamment car $[H, s_z]=0$. Etant donné que le couplage entre l'aimant et le bain est faible, il est traité à l'ordre le plus bas de la théorie des perturbations. L'aimant, dont l'invariance $m \leftrightarrow -m$ est brisée pour $T < J$, aura tendance à atteindre l'un ou l'autre de ses états d'équilibre ferromagnétiques, notés \uparrow ou \downarrow , sous l'effet de ses interactions avec S ; inversement, S est perturbé par cette interaction. Contrairement à ce qui se passe dans une transition de phase habituelle, les états \uparrow et \downarrow de M vont tous deux contribuer à l'état final $\mathcal{D}(t_f)$ de S+A.

Bernard d'Espagnat. Je crois que vous expliquez dans votre texte que spontanément, l'appareil M prendrait position, mais qu'il ne sait pas très bien où aller et que ce serait très long. C'est le spin qui l'oblige à le faire.

Roger Balian. Non seulement ce serait long, mais il pourrait aussi bien partir vers le haut ou vers le bas. La dynamique d'une invariance spontanément brisée est lente. Ici, c'est le spin qui déclenche le processus de brisure, qui est donc plus rapide, comme en présence d'un petit champ magnétique g ou $-g$.

Dans le mécanisme d'évolution, l'interaction entre le bain et l'aimant permet le transfert d'énergie de M vers B nécessaire à la transition de phase (il faut bien que l'énergie paramagnétique, supérieure à l'énergie ferromagnétique, puisse aller quelque part). D'autre part, c'est l'interaction entre le système S et l'aimant M qui sert de déclencheur, donc qui choisit – correctement, nous l'espérons – le résultat \uparrow pour $s_z = 1$, \downarrow pour $s_z = -1$, et le résultat probabiliste prévu par la règle de Born pour un état $r(0)$ arbitraire. Si les paramètres sont mal choisis, le déclenchement se fait de travers. Mais aujourd'hui, je me place dans le cas où tout se passe bien. En même temps que le système S déclenche la transition, l'aimant M perturbe nécessairement S.

Conditions pour qu'une expérience répétée sur des systèmes identiquement préparés soit une mesure

Il faut d'abord qu'un résultat bien défini soit obtenu par le pointeur pour chaque processus individuel : le "problème de la mesure" consiste à comprendre cela. Il convient ensuite qu'une corrélation totale ait été établie entre ce que dira le pointeur et la valeur du spin après la mesure ; cette corrélation apparaît dans les blocs diagonaux de \mathcal{D} . De plus, la réduction de von Neumann, définie au sens fort, doit avoir lieu : chaque processus individuel doit fournir un résultat \mathcal{D}_\uparrow ou \mathcal{D}_\downarrow bien défini ; ceci implique qu'il ne doit subsister aucun élément dans les blocs non diagonaux de la matrice densité $\mathcal{D}(t_f)$ globale, mais aussi dans les matrices densité

finale associée à tout sous-ensemble de mesures. Enfin, il s'agit également de démontrer la règle de Born, qui relie la probabilité p_{\uparrow} (p_{\downarrow}) pour que le pointeur M donne l'indication \uparrow (\downarrow) à l'état initial $r(0)$ de S.

Catherine Pépin. Dans la réduction de von Neumann, faut-il qu'il n'y ait pas d'états non diagonaux dans le système et dans tous les sous-systèmes ?

Roger Balian. Dans tous les sous-ensembles, pas les sous-systèmes ! Il ne faut pas qu'il y ait d'éléments non diagonaux dans la matrice densité du système composé S+A – et ceci non seulement pour l'ensemble de toutes les mesures, mais également pour tous les sous-ensembles de mesures que nous verrons sortir à la fin.

Catherine Pépin. Pourquoi ?

Roger Balian. J'y reviendrai tout à l'heure, mais j'anticipe en exprimant mathématiquement les propriétés que je viens d'énumérer.

Pour chacune des mesures individuelles ayant fourni le résultat \uparrow (\downarrow), l'état de S +A au temps t_f doit, selon les règles rappelées ci-dessus, être représenté par l'opérateur densité réduit $\mathcal{D}_{\uparrow}(\downarrow) = r_{\uparrow}(\downarrow) \times \mathcal{R}_{\uparrow}(\downarrow)$, où $r_{\uparrow}(\downarrow) = |\uparrow(\downarrow)\rangle\langle\uparrow(\downarrow)|$ représente l'état de S pour lequel $s_z = 1$ (-1) et où $\mathcal{R}_{\uparrow}(\downarrow)$ représente l'état d'équilibre ferromagnétique de A ayant l'aimantation m_F ($-m_F$). Selon la règle de Born, la proportion de résultats \uparrow (\downarrow) est p_{\uparrow} (p_{\downarrow}) de sorte que $\mathcal{D}(t_f)$ doit être égal à $\mathcal{D}(t_f) = p_{\uparrow} \mathcal{D}_{\uparrow} + p_{\downarrow} \mathcal{D}_{\downarrow}$. Mais de plus, à tout sous ensemble de mesures ayant fourni des résultats \uparrow (\downarrow) en proportions q_{\uparrow} (q_{\downarrow}) doit être associé opérateur densité de la forme $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t_f) = q_{\uparrow} \mathcal{D}_{\uparrow} + q_{\downarrow} \mathcal{D}_{\downarrow}$. Nous désignerons cette propriété comme la "structure hiérarchique des sous-ensembles". C'est la plus forte que nous puissions imposer dans le cadre de l'interprétation statistique, qui ne permet de décrire des systèmes individuels que lorsqu'ils sont considérés comme éléments d'ensembles statistiques. Ici on considère tous les sous ensembles dont peut faire partie une réalisation individuelle de la mesure.

De plus on doit établir cette condition pour les systèmes globaux S°A et non pour les systèmes S seuls.

3. L'ensemble de toutes les mesures possibles

Cet ensemble \mathcal{E} est simplement caractérisé par l'état initial $\mathcal{D}(0)$, produit tensoriel de l'état initial de l'objet avec l'état initial paramagnétique de l'appareil. Nous voulons démontrer, comme je viens de le signaler, que l'état final pour l'ensemble \mathcal{E} de toutes ces mesures a la forme $\mathcal{D}(t_f) = p_{\uparrow} \mathcal{D}_{\uparrow} + p_{\downarrow} \mathcal{D}_{\downarrow}$, où les p sont les éléments diagonaux de $r(0)$. Nous voulons donc que l'état final ne contienne pas de blocs non diagonaux et que les blocs diagonaux corrélerent le spin et l'appareil. C'est nécessaire, mais c'est loin d'être suffisant – je reviendrai sur

ce point.

Tout le travail est alors un problème de mécanique statistique bien posé mais assez coriace dans la mesure où de nombreux événements successifs se produisent. Je vais vous en présenter le scénario.

La troncature

Le premier événement est la troncature, c'est-à-dire la disparition progressive des blocs non diagonaux. Tous les blocs non diagonaux tendent vers zéro. Ce processus se produit sur une échelle de temps courte $\hbar/g(2N)^{1/2}$ parce que le nombre de degrés de liberté du pointeur (N) est très grand, et qu'il s'agit principalement d'une action du gros appareil sur le petit système. Il ne s'agit pas d'une décohérence au sens strict du mot. Ce qui joue, c'est le couplage (g) entre le spin et l'appareil, et non pas la température du bain (qui joue ici le rôle d'environnement). En fait, de nombreuses oscillations se produisent dans le mécanisme et s'ajoutent. C'est le déphasage entre les différentes oscillations possibles qui se produisent de façon aléatoire qui, en définitive, tue ces éléments non diagonaux.

Nous pouvons également dire que c'est une précession aléatoire du spin autour du champ selon Oz produit par M , qui fait disparaître les composantes transverses du spin, mais aussi ses corrélations avec M . Comme dans l'irréversibilité d'un gaz de Boltzmann quand des paires de particules entrent successivement en collision, il se produit une cascade de corrélations entre S et un nombre de plus en plus grand de spins de M , qui se créent et se détruisent au cours du temps. C'est cette cascade de corrélations qui fait disparaître les éléments non diagonaux.

Bernard d'Espagnat. En mécanique classique, il y aurait naturellement les paradoxes de l'irréversibilité.

Roger Balian. C'est la même chose. Par exemple, nous pouvons démontrer que la somme des modules carrés des éléments de matrice des blocs non diagonaux reste constante. Mais en réalité, quand nous disons que cela tend vers zéro, c'est dans un sens faible : chaque module, et non pas la somme des modules au carré, tend vers zéro. Le nombre d'éléments de matrice est si grand que ces éléments se dissolvent et disparaissent pratiquement. Nous pensons ne jamais les retrouver. Cependant, ce n'est pas tout à fait vrai car dans le modèle choisi, il existe en réalité une récurrence – qui constitue la deuxième étape du scénario.

L'absence de récurrence

Une récurrence se produit au temps $\pi\hbar/2g$, lorsque seule l'interaction entre S et M existe, mais elle peut être éliminée par deux mécanismes possibles. Le premier est actif lorsque les couplages entre le spin S mesuré et les différents spins du pointeur M qui ne sont pas tout à fait égaux à g . Une dispersion de ces couplages suffit à rendre le temps de récurrence considérable, comparable à l'âge de l'univers. Le second mécanisme est dû au couplage avec le bain B , qui peut aussi provoquer une relaxation définitive, encore plus que dans le premier mécanisme.

L'enregistrement

La troisième étape du processus – vous voyez que c'est quand même compliqué ! –, est l'enregistrement, c'est-à-dire ce qui se passe dans les blocs diagonaux de $\mathcal{D}(t)$. (Les

dynamiques des quatre blocs diagonaux sont indépendantes parce que la variable s_z mesurée est conservative.) Nous définissons l'enregistrement comme la création de corrélations entre les signes du spin s_z et de l'aimantation de M. Ces corrélations s'établissent au fur et à mesure de la marche de chacun des deux blocs diagonaux vers l'équilibre ferromagnétique, avec $m \rightarrow m_F$ dans le premier, $m \rightarrow -m_F$ dans le second. La relaxation est déclenchée par le couplage avec le spin S, qui joue le rôle d'un champ magnétique égal à g dans un bloc, à $-g$ dans l'autre. Elle est lente, sur une échelle de temps d'ordre $\hbar/J\gamma$, car elle nécessite un transfert d'énergie vers le bain grâce au couplage faible γ entre M et B. La durée de l'enregistrement est bien plus longue que celle de la troncature. Il y a $\gamma \ll 1$ au lieu de $N \gg 1$ en dénominateur. Si les conditions de validité sur les coefficients du modèle sont violées, le processus échoue et ne peut aboutir au résultat nécessaire dans l'état final.

4. Comment passer aux processus individuels : sous-ensembles de mesures

Le problème de la mesure dans l'interprétation statistique

En raison de la remarque que j'ai faite tout à l'heure, la mécanique quantique ne permet pas de décrire un système individuel ; on doit le considérer comme élément d'un ensemble statistique, réel ou virtuel (ou de plusieurs) – contrairement à ce qui se passe en physique classique, où une loi de probabilités peut s'interpréter comme évaluation des chances de réalisation de chaque événement possible dans un système donné ou comme fréquence d'apparition d'un événement dans un ensemble. Tout ce que nous avons établi jusqu'ici est la relation $\mathcal{D}(t_f) = p_\uparrow \mathcal{D}_\uparrow + p_\downarrow \mathcal{D}_\downarrow$, qui concerne l'ensemble \mathcal{E} . Il est tentant d'interpréter ce résultat en disant qu'une proportion p_\uparrow de réalisations de la mesure constituent un sous-ensemble \mathcal{E}_\uparrow pour lequel S+A aboutit à l'état \mathcal{D}_\uparrow , et une proportion p_\downarrow constituent le sous-ensemble complémentaire \mathcal{E}_\downarrow conduisant à l'état \mathcal{D}_\downarrow . Mais cette interprétation est fallacieuse en raison de l'ambiguïté que j'ai soulignée plus haut. L'état final de S+A pour l'ensemble \mathcal{E} peut en effet se décomposer en une infinité de façons sous une forme $\mathcal{D}(t_f) = \sum_k p'_k \mathcal{D}'_k$. On est alors tenté d'associer à cette décomposition de $\mathcal{D}(t_f)$ une décomposition de l'ensemble \mathcal{E} de mesures en sous-ensembles \mathcal{E}'_k dont chacun correspond à l'état \mathcal{D}'_k de S+A. Mais une réalisation individuelle ne peut, par exemple, appartenir aux deux sous-ensembles \mathcal{E}_\downarrow et \mathcal{E}'_k à la fois ; car dans ce cas ses propriétés seraient décrites à la fois par les états \mathcal{D}_\downarrow et \mathcal{D}'_k . Or on montre facilement que ces deux états peuvent fournir pour une observable de S+A des prédictions contradictoires, conséquence de l'ambiguïté quantique de la décomposition de $\mathcal{D}(t_f)$.

En particulier, si un processus individuel aboutissait à un état final de S+A représenté par un état \mathcal{D}'_k possédant des éléments dans les blocs non diagonaux, la présence de ces éléments impliquerait (en raison de la positivité de \mathcal{D}'_k) celle d'éléments situés dans les deux blocs diagonaux à la fois. Alors ni le pointeur ni s_z ne pourraient prendre une valeur bien

définie.

Il importe donc de démontrer que chaque processus individuel aboutit toujours soit dans l'état \mathcal{D}_\uparrow soit dans l'état \mathcal{D}_\downarrow , en sorte que le pointeur fournisse à chaque fois un résultat bien défini, qui peut être lu et qui signale (pour notre mesure idéale) que s_z prend la valeur correspondante, soit 1 soit -1, à la fin du processus. Or la mécanique quantique, dans l'interprétation statistique minimaliste que j'ai décrite, ne traite que d'ensembles statistiques. Si nous voulons avoir accès à un objet ou un processus individuel, la seule manière d'y parvenir est de commencer par considérer tous les sous-ensembles réels auxquels il peut appartenir.

Mais la seule connaissance de $\mathcal{D}(t_f)$ ne permet de construire que des décompositions mathématiques n'ayant aucune signification physique. Parmi ces décompositions figurent nécessairement celles qui correspondent à des réalisations réelles de la mesure. Nous ne pouvons identifier celles-ci, mais notre stratégie consistera à considérer tous les sous-ensembles \mathcal{E}_{sub} mathématiquement possibles de \mathcal{E} , et à établir sur eux des propriétés générales, que nous utiliserons ensuite pour les sous-ensembles réels, les seuls qui aient une signification.

Catherine Pépin. Qu'est-ce qui vous pousse à faire cette hypothèse, que chaque processus individuel aboutisse à \mathcal{D}_\uparrow ou \mathcal{D}_\downarrow ? En quoi est-ce nécessaire ?

Roger Balian. Quand on fait une mesure, il faut bien que chaque mesure fournisse un résultat défini.

Catherine Pépin. Oui, mais nous pourrions ne regarder que l'ensemble.

Roger Balian. Non. L'ensemble \mathcal{E} de toutes les vraies mesures ne suffit pas, contrairement à ce qui se passerait pour un ensemble classique. Par exemple, il importe de démontrer que le coefficient p_\uparrow , qui n'est qu'un coefficient mathématique figurant dans $\mathcal{D}(t_f)$, est la proportion de processus dans lesquels on a obtenu \uparrow . On a donc besoin de dire des choses sur les processus réels réalisés – alors que la mécanique quantique statistique fournit l'opérateur densité $\mathcal{D}(t_f)$ et rien d'autre : elle ne permet pas de donner séparément un sens à ses deux termes $p_\uparrow \mathcal{D}_\uparrow$ et $p_\downarrow \mathcal{D}_\downarrow$.

Il faut donc démontrer que les décompositions $\sum_k p'_k \mathcal{D}'_k$ existent mathématiquement sur le papier, mais pas dans la réalité. Cette démonstration va s'appuyer sur des propriétés de l'appareil, objet macroscopique.

Je précise ici que nous employons le mot « troncature » pour la disparition des blocs non diagonaux pour l'ensemble \mathcal{E} tout entier, et le mot « réduction » dans un sens beaucoup plus fort, c'est-à-dire l'attribution à chaque processus individuel de l'état final \mathcal{D}_\uparrow ou \mathcal{D}_\downarrow . Puisque nous voulons raisonner sur des sous-ensembles de processus, cette réduction implique que l'état final de S+A pour tout sous-ensemble \mathcal{E}_{sub} a une forme $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t_f) = q_\uparrow \mathcal{D}_\uparrow + q_\downarrow \mathcal{D}_\downarrow$.

\downarrow , avec des coefficients q_{\uparrow} et q_{\downarrow} dépendant de ce sous-ensemble.

Les opérateurs de densité dont je parle maintenant sont associés à des sous-ensembles de mesures réels, qui sont inclus dans tous les sous-ensembles mathématiquement envisageables, et nous voulons montrer en particulier que tous perdent leurs blocs non diagonaux.

Catherine Pépin. Comment choisit-on la base ?

Roger Balian. C'est celle qui diagonalise s_z .

Catherine Pépin. A partir du moment où il y a troncature sur tous les sous-ensembles réels, est-on obligé de travailler dans la bonne base ?

Roger Balian. Je vais essayer de démontrer qu'il y a troncature pour tous les sous-ensembles, réels ou non, et que la troncature est imposée par la dynamique. Vous anticipez la suite de mes propos.

La structure hiérarchique des sous-ensembles

Ce que nous voulons maintenant démontrer, c'est que l'opérateur densité $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t)$, décrivant S+A pour tout sous-ensemble réel \mathcal{E}_{sub} de mesures, aboutit au temps final t_f du processus à une forme $q_{\uparrow} \mathcal{D}_{\uparrow} + q_{\downarrow} \mathcal{D}_{\downarrow}$. De plus, nous voulons que les coefficients q_{\uparrow} et q_{\downarrow} ainsi obtenus, qui dépendent du sous-ensemble \mathcal{E}_{sub} , soient additifs lorsqu'on met ensemble deux sous-ensembles disjoints (compte tenu de la pondération par le nombre d'éléments des chaque sous-ensemble). L'additivité impose en particulier une cohérence des coefficients entre les états associés à des sous-ensembles emboîtés. Nous appellerons « structure hiérarchique » ces propriétés des sous-ensembles, universalité des blocs constitutifs \mathcal{D}_{\uparrow} et \mathcal{D}_{\downarrow} , et additivité des coefficients.

L'équation de Liouville-von Neumann permet d'étudier l'évolution de l'opérateur densité $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t)$ pour tout sous-ensemble \mathcal{E}_{sub} de \mathcal{E} , mais nous ne connaissons pas ses conditions initiales $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t_{\text{split}})$, à l'instant t_{split} à partir duquel nous choisissons de suivre cette évolution. Tout ce que nous savons, c'est que \mathcal{E}_{sub} est un sous-ensemble de \mathcal{E} , dont nous connaissons l'état $\mathcal{D}(t)$, de sorte que $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t_{\text{split}})$ doit être l'un des éléments de l'une des décompositions possibles $\mathcal{D}(t_{\text{split}}) = \sum_k p'_k \mathcal{D}_k'$ de $\mathcal{D}(t_{\text{split}})$. Parmi toutes les décompositions mathématiquement permises de $\mathcal{D}(t_{\text{split}})$ figurent les décompositions physiques, associées à la sélection parmi \mathcal{E} d'un sous-ensemble \mathcal{E}_{sub} de réalisations réelles de la mesure ; mais nous ne savons pas distinguer celles-ci. Notre stratégie consistera donc à prendre pour condition initiale n'importe laquelle de celles qui sont mathématiquement permises, et ainsi de suivre l'évolution d'un sous-ensemble virtuel, dont l'état initial $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t_{\text{split}})$ soit issu d'une décomposition arbitraire de $\mathcal{D}(t_{\text{split}})$. Si nous parvenons à montrer que la dynamique de S+A conduit $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t_f)$

à la forme $q_{\uparrow} \mathcal{D}_{\uparrow} + q_{\downarrow} \mathcal{D}_{\downarrow}$ souhaitée, ce résultat sera évidemment établi pour les sous-ensembles réels, les seuls qui nous intéressent physiquement.

Hervé Zwirn. Aboutissez-vous à un état final $\mathcal{D}(t_f)$ de la forme $p_{\uparrow} \mathcal{D}_{\uparrow} + p_{\downarrow} \mathcal{D}_{\downarrow}$?

Roger Balian. Oui. Ceci résultera de la structure hiérarchique que nous démontrerons pour l'ensemble des $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t_f) = q_{\uparrow} \mathcal{D}_{\uparrow} + q_{\downarrow} \mathcal{D}_{\downarrow}$. En fait, $\mathcal{D}(t_f) = p_{\uparrow} \mathcal{D}_{\uparrow} + p_{\downarrow} \mathcal{D}_{\downarrow}$ est déjà établi, et c'est maintenant notre point de départ. Ce résultat ne concerne que l'ensemble statistique \mathcal{E} de toutes les mesures. Il a toutes les propriétés nécessaires, mais l'existence de cette forme n'est pas suffisante pour assurer qu'il n'y aura pas des choses aberrantes, différentes de ce que nous attendons, pour les sous-ensembles de processus.

Hervé Zwirn. Pour faire un parallèle avec le mécanisme habituel dans la décohérence, êtes-vous d'accord pour dire que ce stade est finalement celui auquel nous aboutissons lorsque nous avons fait la trace partielle sur l'environnement ?

Roger Balian. Je ne veux pas faire de trace partielle, car c'est tricher totalement. L'état est celui de S+A

Hervé Zwirn. Mais êtes-vous d'accord pour dire que par un autre chemin, sans trace partielle, nous aboutissons à un résultat qui est similaire ?

Roger Balian. C'est beaucoup plus fort, d'une part parce que le résultat porte sur tous les sous-ensembles de processus, d'autre part parce que la décohérence ne va pas se produire – j'anticipe encore – sur le système, mais sur l'appareil. C'est fondamental. Et c'est d'ailleurs la raison pour laquelle cette décohérence est si efficace.

Franck Laloë. Vous êtes dans la ligne de ce que Zurek appelle la base privilégiée de l'appareil de mesure.

Roger Balian. Si vous voulez, oui. Mais il y aura un autre point fondamental : la décohérence se produira sur l'appareil parce qu'il y a invariance brisée, c'est-à-dire deux états macroscopiques possibles. Tel est le point original auquel nous sommes arrivés après de longs mois – après une première tentative infructueuse.

Bernard d'Espagnat. Je crois, si je peux essayer de répondre à la question d'Hervé Zwirn, et pour avoir lu votre article, que vous démontrez que pour les sous-ensembles, tout se passe bien. Ensuite, au terme de votre démonstration, vous arriverez à une somme $p_{\uparrow} \mathcal{D}_{\uparrow} + p_{\downarrow} \mathcal{D}_{\downarrow}$ où il n'y a plus d'ambiguïté, après avoir éliminé toutes les autres décompositions $\sum_k p'_k \mathcal{D}'_k$.

Roger Balian. Oui, mais de plus nous établissons la même forme $q_{\uparrow} \mathcal{D}_{\uparrow} + q_{\downarrow} \mathcal{D}_{\downarrow}$ pour les sous-ensembles.

Bernard d'Espagnat. Et à ce moment-là, vous devrez encore sauter...

Roger Balian... oui, il y a encore un petit saut.

Bernard d'Espagnat. Pour l'instant, vous n'en êtes pas encore là.

Roger Balian. Voilà ! J'y viens. Comme je vous l'ai dit, le nombre d'étapes est considérable.

La relaxation des sous-ensembles

L'étape où nous en sommes consiste à regarder la dynamique de tous les sous-ensembles possibles, qu'ils soient réels ou hypothétiques, compatibles avec l'une des décompositions possibles de $\mathcal{D}(t_{\text{split}})$. Cette dynamique est regardée après que le découplage a eu lieu entre le spin et l'appareil. Nous supposons donc que nous nous plaçons tout à la fin, de sorte que t_{split} est assez proche de t_f pour que $\mathcal{D}(t_{\text{split}}) = \mathcal{D}(t_f) = p_{\uparrow} \mathcal{D}_{\uparrow} + p_{\downarrow} \mathcal{D}_{\downarrow}$.

Ce choix de t_{split} est essentiel car la forme de $\mathcal{D}(t_{\text{split}})$ impose à tous les $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t_{\text{split}})$ possibles en tant qu'états initiaux une forte contrainte (provenant de la positivité des opérateurs densité et du fait que m ne prend que des valeurs voisines de m_F ou $-m_F$), qui permettra à la dynamique d'aboutir pour $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t_f)$ à la forme finale souhaitée.

Le résultat net de cette dynamique sera donc le suivant : tous les sous-ensembles aboutissent à la fin, au bout d'un temps très bref, vers une structure du même type que celle de l'ensemble tout entier – où les poids p_{\uparrow} et p_{\downarrow} sont ceux de Born – mais avec des poids q_{\uparrow} et q_{\downarrow} différents pour chacun des sous-ensembles, ces poids obéissant à la même structure hiérarchique qu'en théorie des probabilités classique. L'ensemble complet de mesures \mathcal{E} aura donc la structure hiérarchique voulue, où tous ses sous-ensembles obéissent à cette loi et ont la forme particulière dans laquelle il n'y a plus aucune ambiguïté.

Solution dans le modèle de Curie-Weiss

Pour parvenir à démontrer dans le modèle de Curie-Weiss ce que je viens de décrire, il faudra modifier légèrement le Hamiltonien et y ajouter des interactions complémentaires internes à l'appareil, conservant son énergie, qui seront actives après qu'il aura déjà relaxé vers un mélange d'états ferromagnétiques. L'absence de transfert d'énergie et la grande taille du pointeur permettront au temps de relaxation d'être bref. Pour étudier la dynamique sans trop de difficultés techniques, on commence par éliminer le bain B, en traitant son faible couplage γ à l'ordre le plus bas de la théorie des perturbations.

Il nous faut d'abord construire tous les opérateurs densité initiaux $D_{\text{sub}}(t_{\text{split}})$ envisageables de S + M associés à un sous-ensemble arbitraire \mathcal{E}_{sub} de \mathcal{E} . Chacun d'eux doit être issu d'une décomposition de l'état $D(t_{\text{split}}) = D(t_f) = p_{\uparrow} D_{\uparrow} + p_{\downarrow} D_{\downarrow}$ de S + M associé à l'ensemble \mathcal{E} entier, où $D_{\uparrow(\downarrow)} = r_{\uparrow(\downarrow)} \times R_{\uparrow(\downarrow)}$; $r_{\uparrow(\downarrow)} = |\uparrow(\downarrow)\rangle\langle\uparrow(\downarrow)|$ où le ket $|\uparrow\rangle$ ($|\downarrow\rangle$) de S désigne l'état propre de s_z associé à la valeur propre 1 (-1), et $R_{\uparrow(\downarrow)}$ est l'état d'équilibre ferromagnétique de M tel que $m = (1/N) \sum_n \sigma_z^{(n)}$ soit égal à m_F ($-m_F$) (à $1/\sqrt{N}$ près). Pour

simplifier ici la discussion nous identifierons ici (ce qui n'est pas essentiel) cet équilibre à un équilibre microcanonique, de sorte que $m = \pm m_F$. L'état $R_{\uparrow(\downarrow)}$ est donc une somme de projecteurs sur les kets $|m_F, \eta\rangle$ ($|-m_F, \eta\rangle$) de M, qui désignent les états propres des opérateurs de spin $\sigma_Z^{(n)}$ tels que $(1/N)\sum_n \sigma_Z^{(n)}$ soit égal à m_F ($-m_F$). L'indice η prend un nombre de valeurs égal à G , dégénérescence des valeurs propres $m = \pm m_F$ de $m = (1/N)\sum_n \sigma_Z^{(n)}$, qui est grande comme une exponentielle de N . On a ainsi $R_{\uparrow(\downarrow)} = (1/G) \sum_{\eta} |\pm m_F, \eta\rangle\langle \pm m_F, \eta|$.

En se basant sur le fait que l'opérateur densité associé au sous-ensemble de \mathcal{E} complémentaire de \mathcal{E}_{sub} est positif, on montre que tous les opérateurs densité susceptibles de décrire des sous ensembles de \mathcal{E} peuvent se construire comme sommes pondérées de projecteurs sur des états purs de la forme

$$|\Psi(t_{\text{split}})\rangle\rangle = \sum_{\eta} U_{\uparrow\eta} |\uparrow\rangle \times |m_F, \eta\rangle + \sum_{\eta} U_{\downarrow\eta} |\downarrow\rangle \times |-m_F, \eta\rangle, \quad (1)$$

où les $U_{\uparrow\eta}$ et $U_{\downarrow\eta}$ sont des coefficients complexes arbitraires normalisés. Cette forme particulière des états possibles, où ne figurent que les états d'aimantation $\pm m_F$ de M corrélés aux états $|\uparrow(\downarrow)\rangle$ de S, sera essentielle pour la relaxation souhaitée ; elle résulte d'un choix de t_{split} tel que S+M ait déjà atteint pour l'ensemble \mathcal{E} entier l'état $D(t_{\text{split}}) = D(t_f)$.

La dynamique de l'opérateur densité de n'importe quel sous-ensemble

On doit maintenant étudier la dynamique du sous-ensemble décrit par l'opérateur densité $D_{\text{sub}}(t)$ et issu de $|\Psi(t_{\text{split}})\rangle\rangle\langle\langle\Psi(t_{\text{split}})|$. Nous avons mené cette étude dans deux modèles de mécanique statistique quantique standard, où le Hamiltonien de l'appareil provoque des transitions $|m_F, \eta\rangle \leftrightarrow |m_F, \eta'\rangle$ ou $|-m_F, \eta\rangle \leftrightarrow |-m_F, \eta'\rangle$. L'aimantation m est donc conservée par cette interaction. Dans le premier cas, l'évolution concerne M seul ; dans le second, l'interaction de M avec B provoque une relaxation de type collisionnel, avec des flip-flops successifs des spins $\sigma_Z^{(n)}$. Les interactions sont caractérisées par un paramètre Δ , qui mesure la levée de dégénérescence des états $|\pm m_F, \eta\rangle$, et qui est inférieur à J/\sqrt{N} . Le système S reste spectateur. Le grand nombre N des spins de M autorise une évolution irréversible.

Le résultat, établi d'abord pour l'état pur ci-dessus et par suite pour tout sous-ensemble, est le suivant:

$$D_{\text{sub}}(t_{\text{split}}+t') = f(t') D_{\text{sub}}(t_{\text{split}}) + [1-f(t')][q_{\uparrow} D_{\uparrow} + q_{\downarrow} D_{\downarrow}], \quad (2)$$

où $q_{\uparrow(\downarrow)} = \text{Tr} D_{\text{sub}}(t_{\text{split}}) r_{\uparrow(\downarrow)}$. La fonction $f(t')$ décroît de 1 à 0 sur une échelle de temps brève, d'ordre \hbar/Δ , le temps de relaxation pour les sous-ensembles. N'importe quel opérateur densité de sous-ensemble tend donc vers un mélange incohérent de projecteurs $r_{\uparrow(\downarrow)} \times R_{\uparrow(\downarrow)}$ corrélant S et M – quel que soit le point de départ.

Deux choses se produisent simultanément dans ce processus : d'une part les termes

cohérents disparaissent, donc il se produit une troncature au sens fort ; d'autre part, les populations des états $|m_F, \eta\rangle$ s'égalisent, ainsi que celles des états $|-m_F, \eta\rangle$, et un équilibre ferromagnétique s'établit à l'intérieur de chacun des deux groupes d'états $|\pm m_F, \eta\rangle$ possibles pour le pointeur. La dynamique est la même, c'est sur la même échelle de temps que se produisent la décohérence et la marche vers l'équilibre de M. C'est donc une forme de décohérence spéciale, associée à la brisure d'invariance et à la relaxation vers l'équilibre pour une phase ou l'autre. Ce processus concerne l'appareil seul et a lieu uniquement tout à la fin de la mesure. C'est parce que nous sommes en fin de la mesure et parce que nous avons réussi à séparer dans le gros opérateur densité $D(t_{\text{split}})$ une partie \uparrow et une partie \downarrow qu'en définitive ce mécanisme nous permet d'aboutir à ce que nous cherchons.

Le résultat

Le résultat ci-dessus est valable pour tout sous-ensemble mathématiquement envisageable, donc pour tout sous-ensemble réel de processus de mesure. La dynamique conduit donc à la forme hiérarchique des opérateurs densité de tous les sous-ensembles, ce que demande la physique. Il y a une disparition de l'ambiguïté quantique. Cette disparition se fait grâce à la dynamique de la relaxation appliquée aux sous-ensembles.

C'est là qu'un petit pas reste à franchir.

Bernard d'Espagnat. Cette disparition de l'ambiguïté me paraît être effectivement un résultat remarquable en soi, et essentiel pour la cohérence de la preuve. Comme vous le dites un petit pas reste cependant à franchir, où, bien sûr, nous vous attendons !

Roger Balian. Imaginons tous les sous-ensembles de mesures réelles possibles, extraits de \mathcal{E} . Ils ont abouti à des états de S+A ayant la structure hiérarchique $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t_f) = q_{\uparrow}\mathcal{D}_{\uparrow} + q_{\downarrow}\mathcal{D}_{\downarrow}$ avec des coefficients $q_{\uparrow(\downarrow)}$ dépendant du sous-ensemble. La propriété d'additivité de ces coefficients lorsqu'on regroupe des sous-ensembles disjoints est exactement la même que celle des probabilités. D'ailleurs dans l'interprétation des probabilités en tant que fréquences, cette propriété est prise par des mathématiciens comme définition des probabilités. Il est donc naturel, une fois l'ambiguïté quantique levée grâce à l'établissement de la forme universelle $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t_f) = q_{\uparrow}\mathcal{D}_{\uparrow} + q_{\downarrow}\mathcal{D}_{\downarrow}$, d'interpréter $q_{\uparrow(\downarrow)}$ comme la proportion de réalisations individuelles de la mesure ayant fourni le résultat $\pm m_F$. Il apparaît ainsi dans l'ensemble des mesures une structure de probabilités classiques (probabilités au sens de fréquences relatives). On est aussi amené à attribuer à S+A, pour chaque réalisation individuelle de la mesure, un opérateur densité \mathcal{D}_{\uparrow} ou \mathcal{D}_{\downarrow} ; une structure quantique subsiste ainsi. L'ensemble \mathcal{E}_{\uparrow} décrit par \mathcal{D}_{\uparrow} est le sous-ensemble de \mathcal{E} caractérisé par la lecture du résultat $+ m_F$: la réduction est le résultat d'une sélection. C'est l'absence d'ambiguïté qui rend raisonnable l'interprétation des poids $q_{\uparrow(\downarrow)}$ comme des proportions, et celle des nombres $p_{\uparrow(\downarrow)}$ de Born comme des probabilités classiques ; au sens de fréquences.

Bernard d'Espagnat. Elle paraît raisonnable pour un être humain.

Roger Balian. Oui, nous sommes des êtres humains.

Bernard d'Espagnat. Un pur esprit...

Roger Balian... non, justement, l'interprétation statistique ne traite que d'êtres humains.

Bernard d'Espagnat. Voilà. Elle ne traite que de ce qui est opérationnellement accessible à l'être humain. C'est là un point important que vous avez clairement donné à entendre dès le tout début de votre exposé. Et d'ailleurs, il me semble qu'entre mettre, comme vous le faites, les observables 'du côté' du réel et poser qu'il n'y a de "réel", par définition, que l'observable le pas est facile à franchir. Il est clair en tout cas que l'interprétation en question ne traite que des connaissances que n'importe quel être humain peut avoir relativement à ce qu'il est susceptible de percevoir à l'aide de ses instruments.

Roger Balian. Si l'on se place dans un cadre quantique pur, ces connaissances sont toujours probabilistes. A partir du moment où les particularités de la mécanique quantique, en particulier l'ambiguïté, disparaissent, il n'y a pas de raison de ne pas admettre que notre logique ordinaire nous interdise de dire quelque chose sur les processus individuels – ce qui n'est pas permis dans l'interprétation statistique. Et pour cause, dans cette interprétation, il n'y a pas de place pour les processus individuels. Nous avons fait une petite extrapolation vers les processus individuels, mais elle me paraît assez innocente puisqu'elle est fondée sur une structure mathématique claire, la structure hiérarchique avec des coefficients $q_{\uparrow(\downarrow)}$ arbitraires.

5. Conclusions

A partir du moment où la dynamique nous a permis d'éliminer l'ambiguïté quantique en assurant que $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t_f) = q_{\uparrow}\mathcal{D}_{\uparrow} + q_{\downarrow}\mathcal{D}_{\downarrow}$ pour tout sous-ensemble \mathcal{E}_{sub} de mesures, nous disons que chaque sous-ensemble \mathcal{E}_{sub} correspond à une situation où les $q_{\uparrow(\downarrow)}$ peuvent s'interpréter comme des proportions ordinaires d'expériences individuelles, et où les $\mathcal{D}_{\uparrow(\downarrow)}$ sont attribués à l'état final chacune de ces expériences. L'aboutissement de chaque processus individuel appartient à l'un ou l'autre des sous-ensembles $\mathcal{E}_{\uparrow(\downarrow)}$, caractérisés par l'indication $\pm m_F$ du pointeur.

Nous obtenons ainsi un résultat bien défini $\mathcal{D}_{\uparrow(\downarrow)}$ pour chaque sous-ensemble $\mathcal{E}_{\uparrow(\downarrow)}$, et pour les résultats individuels correspondants, aussi bien pour le pointeur ($\pm m_F$) que pour le système ($r_{\uparrow(\downarrow)}$), grâce aux corrélations qui ont été établies entre S et A par la dynamique et qui ont été conservées dans la relaxation des sous-ensembles. Si nous sélectionnons un certain résultat sur le pointeur, cela constitue une préparation du système S vers un état $r_{\uparrow(\downarrow)}$ donné.

Nous avons, au départ, pour l'ensemble tout entier, un opérateur densité $\mathcal{D}(0)$; la dynamique de S+A a donné pour cet ensemble entier \mathcal{E} l'état $\mathcal{D}(t_f)$. Ensuite, la dernière étape

est celle de la sélection, permise par l'unicité du résultat de chaque expérience, elle-même assurée théoriquement par la relaxation des sous-ensembles et leur structure hiérarchique. Si nous sélectionnons un certain résultat pour le pointeur, par exemple $+m_F$, cette sélection nous permet de passer depuis l'opérateur identité $\mathcal{D}(t_F)$ de S+A pour l'ensemble tout entier à celui \mathcal{D}_\uparrow qui concerne le sous-ensemble \mathcal{E}_\uparrow , et de même de $r(0)$ à r_\uparrow si l'on ne considère que l'évolution de S. Si l'on appelle réduction ce passage, c'est le résultat d'une sélection et non celui d'une évolution. L'observateur a sélectionné des informations et, ce faisant, il a changé de loi de probabilité.

Le reste est banal. Les $p_{\uparrow(\downarrow)}$ de Born s'interprètent comme des probabilités au sens de fréquences (nombre d'éléments dans chaque sous-ensemble). La répétition d'une mesure après sélection d'un résultat fournit à nouveau ce résultat. De plus, les processus imparfaits nous ont permis de discuter de ce qui se passait quand un processus n'était pas une mesure.

Nous observons ainsi une émergence de concepts classiques : systèmes individuels bien définis (ce qui n'est pas le cas en mécanique quantique), probabilités ordinaires et corrélations ordinaires – grâce au passage du microscopique au macroscopique (parce que l'appareil est macroscopique). Cela nécessite des approximations, exactement comme pour le paradoxe de l'irréversibilité. Tout cela est vrai non pas au sens mathématique mais avec une probabilité presque égale à un sur une échelle de temps raisonnable. Et tout est fondé sur la dynamique, qui joue un rôle tout à fait essentiel.

Cette dynamique a été étudiée principalement dans l'image de Schrödinger : nous avons fait évoluer l'état de S+A en utilisant l'équation de Liouville-Von Neumann, mais nous aurions très bien pu décider de regarder l'évolution des observables du système et de l'appareil dans l'image de Heisenberg, ce qui donne un nouvel éclairage au problème de la mesure. Dans ce cas-là, ce sont les observables qui évoluent. Mais, si l'algèbre est au départ non commutative, ses parties non commutatives sont transférées vers des observables totalement inaccessibles, qui correspondent à un très grand nombre de spins ou à des degrés de liberté très complexes du bain de phonons. Si nous éliminons de l'algèbre ces choses que nous n'observons pas et qui n'auront jamais plus aucun effet visible dans un avenir raisonnable, il ne reste plus que des observables qui commutent. A partir de là, nous sommes fondés à penser que nous sommes en physique statistique classique.

Bernard d'Espagnat. Merci infiniment pour ce bel exposé. Nous abordons maintenant la discussion.

Section II – Discussion

Hervé Zwirn. Je mets votre conclusion en parallèle avec celle que nous avons eue lors de notre dernière séance sur la décohérence. A partir du moment où l'algèbre des observables devient commutative parce que nous en écartons tous les observables qui sont inaccessibles, nous sommes dans la même situation que dans la théorie de la décohérence : c'est *for all practical purposes*.

Roger Balian. Oui, sauf que nous avons épluché toute la littérature sur les modèles existants ; il apparaît qu'à chaque fois qu'il est question de « décohérence », il n'y a en fait pas d'étude complète de la dynamique hamiltonienne du système et de l'environnement, pas d'échelle de temps, même si la décohérence a produit des avancées. La décohérence ne fonctionne ici que parce que nous la faisons agir sur l'appareil et en fin de la mesure, et de plus, comme nous l'avons vu, c'est une décohérence de type particulier, associée à une relaxation vers l'équilibre thermodynamique du pointeur. C'est cette dernière étude des sous-ensembles qui permet de lever l'ambiguïté et de démontrer l'unicité du résultat de chaque processus individuel. Il faut aussi noter que le programme consistant à utiliser l'image de Heisenberg plutôt que celle de Schrödinger n'a pas encore été réalisé, même s'il pourrait être conceptuellement intéressant.

Hervé Zwirn. Vous apportez la preuve technique qu'il y a quelque chose de non ambigu. La conclusion philosophique que nous pouvons en tirer est malgré tout analogue à celle que l'on tire habituellement dans la décohérence, parce que nous ne réussissons pas à éliminer totalement le fait – à cause de l'unitarité, principalement – qu'il faut à un moment prendre la décision de mettre de côté ce qui est inaccessible.

Roger Balian. Bien sûr. C'est exactement la démarche de Boltzmann (ou de Leibovitz), qui consiste à résoudre le paradoxe de l'irréversibilité en laissant de côté les éléments qui, de toute façon, sont totalement inaccessibles. C'est la même philosophie. Nous ne faisons pas des mathématiques mais de la physique et un résultat vrai à 99,99999999% nous suffit. C'est de la mécanique statistique quantique et non la mécanique quantique d'état pur. Dans cette dernière, en effet, on ne peut pas sortir de l'état pur. On ne peut donc pas comprendre les bifurcations.

Franck Laloë. A condition de postuler qu'il soit inaccessible à l'homme d'observer deux résultats à la fois. Est-ce cela que vous postulez ?

Roger Balian. Non. Il est inaccessible à l'homme d'observer des corrélations entre l'objet mesuré et un très grand nombre de spins de l'appareil de mesure.

Franck c. Vous avez conclu la dernière étape en considérant qu'il n'est pas déraisonnable de supposer que les probabilités classiques se réduisent à une seule.

Roger Balian. Ce que nous faisons, c'est tout simplement passer, par sélection du résultat, d'un ensemble \mathcal{E} caractérisé par des probabilités $p_{\uparrow(\downarrow)}$ à un sous-ensemble $\mathcal{E}_{\uparrow(\downarrow)}$ où une seule possibilité existe. C'est non seulement raisonnable mais trivial.

Franck Laloë. Il me semble, au contraire, que cette étape est non triviale, mais essentielle. A mon avis, supposer l'existence de sous-ensembles pour lesquels le résultat est unique est un postulat.

Bernard d'Espagnat. Cela se retrouve aussi dans la théorie de la décohérence. C'est l'une des difficultés que nous trouvons et qui est celle de l'unicité du réel.

Roger Balian. Est-ce une difficulté ? Je ne vois pas de difficulté à partir du moment où il existe une structure hiérarchique de tous les ensembles réels de mesures. Pour chaque sous-ensemble de processus réel, on obtient $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t_f) = q_{\uparrow}\mathcal{D}_{\uparrow} + q_{\downarrow}\mathcal{D}_{\downarrow}$, et cette structure finit par donner un sens à \mathcal{D}_{\uparrow} et \mathcal{D}_{\downarrow} , sens qui jusque là n'existait pas, car il n'y a aucun germe de ces deux résultats possibles dans l'état initial $\mathcal{A}(0)$.

Bernard d'Espagnat. Ce que vous indiquez au milieu de votre exposé est très juste : ces $p_{\uparrow(\downarrow)}$ sont des mesures mathématiques.

Roger Balian. Au départ, ils ne sont que des mesures mathématiques, et ils ne prennent un sens de probabilités physiques qu'à la fin.

Bernard d'Espagnat. Nous faisons une mesure. Et normalement, une mesure n'a qu'une réponse. Elle ne peut pas avoir deux réponses incohérentes l'une avec l'autre.

Roger Balian. Bien sûr.

Bernard d'Espagnat. Donc dès lors que nous faisons une mesure, nous ne devons avoir qu'une réponse.

Roger Balian. Là, c'est le cas. C'est démontré, puisque si nous prenons une seule mesure elle appartiendra à la structure hiérarchique de sous-ensembles qui ne permet pas l'ambiguïté.

Franck Laloë. Il me semble que vous ne l'avez pas démontré, mais avez juste vérifié que des conditions nécessaires (à l'émergence de l'unicité) sont bien remplies; ceci n'établit pas qu'elles soient suffisantes.

Roger Balian. Si. Nous avons éliminé l'ambiguïté, puis interprété la structure générale $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t_f) = q_{\uparrow}\mathcal{D}_{\uparrow} + q_{\downarrow}\mathcal{D}_{\downarrow}$, ce qui a ensuite donné un sens aux $p_{\uparrow(\downarrow)}$.

Bernard d'Espagnat. Quand vous posez que l'interprétation statistique ne traite que des connaissances que peut avoir un être humain je me trouve en plein accord avec vous. Aussi crois-je pouvoir adhérer à votre pensée sans la trahir en la formulant de la manière qui, en raison, sûrement, de ma propre tournure d'esprit, me paraît, à moi, la plus claire. Ce que vous dites me semble être pleinement dans la ligne de ce que nous, physiciens, avons maintenant (pour la plupart) réalisé : à savoir que ce que nous – en tant qu'êtres humains – pouvons raisonnablement demander à la physique ce n'est pas de décrire le réel en soi tel que le verrait je ne sais quel pur esprit mais, moins ambitieusement, de répondre aux questions que nous nous

posons quant à ce que nous observerons en telle ou telle circonstance. Ce qui me permet de considérer que ce que vous répondez à Franck Laloë c'est en somme que dans cette conception là de la physique, vu vos résultats vous n'avez plus rien à démontrer puisqu'une question ne peut avoir qu'une seule réponse, ou en tout cas pas deux réponses incompatibles l'une avec l'autre.

Roger Balian. C'est justement le fait que nous démontrons que, parce que tout sous-ensemble réel a la bonne propriété $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t_f) = q_{\uparrow} \mathcal{D}_{\uparrow} + q_{\downarrow} \mathcal{D}_{\downarrow}$, que les éléments de cette décomposition se mettent à avoir une signification pour les constituants individuels des sous-ensembles.

Bernard d'Espagnat. Oui, une signification pour l'être humain, parce que, encore une fois, l'être humain se pose des questions sur ce qu'il verra et que chaque question ne peut avoir qu'une réponse à la fois. Alors qu'un pur esprit qui connaîtrait les mathématiques mais qui n'aurait jamais entendu parler d'objets solides ne pourrait pas déduire que les $p_{\uparrow(\downarrow)}$ sont des probabilités.

Roger Balian... il ne pourrait pas déduire quoi que ce soit puisque nous avons retenu l'interprétation statistique de la mécanique quantique dans laquelle rien d'autre n'est dit que des propriétés sur des ensembles et des sous-ensembles. Puisque la mécanique quantique ne parle que d'ensembles et sous-ensembles statistiques, il n'y a pas d'objet individuel dans cette interprétation. Si nous voulons passer aux objets individuels, nous sommes obligés de légèrement extrapoler. Si cette extrapolation peut se faire de façon logique, ce qui est le cas, en prenant des ensembles et des sous-ensembles de toutes tailles, et s'il n'y a aucune ambiguïté (tous les \mathcal{D}_k disparaissent), cela signifie que la dynamique fait émerger les objets individuels.

Franck Laloë. Je dirais personnellement plutôt que, si l'on postule l'existence des sous-ensembles, la dynamique impose la forme qu'ils peuvent avoir. Si l'on admet qu'il est possible de préciser de mieux en mieux ces sous-ensembles jusqu'à atteindre une précision maximale, on arrive effectivement pour chaque réalisation à un résultat de mesure unique.

Roger Balian... je ne peux pas démontrer que parmi tous les sous-ensembles réels en figure un pour lequel un seul q vaut 1.

Franck Laloë. C'est ce que j'allais dire. L'idéal serait de pouvoir démontrer l'existence de sous-ensembles de plus en plus petits, pour lesquels une probabilité tend vers 1 alors que toutes les autres tendent vers 0. Mais c'est le problème très difficile sur lequel tout le monde trébuche depuis des décennies.

Roger Balian. Non. Les gens trébuchent plutôt sur l'ambiguïté, d'une façon ou d'une autre.

Franck Laloë. L'ambiguïté de la base ?

Roger Balian. L'ambiguïté de la décomposition de l'opérateur densité global. En effet, pratiquement tous ceux qui résolvent un problème de mesure étudient la dynamique du processus en partant de l'état initial et en aboutissant à l'état final $\mathcal{D}(t_f) = p_{\uparrow}\mathcal{D}_{\uparrow} + p_{\downarrow}\mathcal{D}_{\downarrow}$, associé à toutes les mesures possibles, puis font un saut en interprétant ce résultat. Là, nous complétons ce type de résultat en démontrant que pour tout sous-ensemble, aussi petit soit-il, la structure hiérarchique $\mathcal{D}_{\text{sub}}(t_f) = q_{\uparrow}\mathcal{D}_{\uparrow} + q_{\downarrow}\mathcal{D}_{\downarrow}$ sans ambiguïté est atteinte.

Franck Laloë. Vous sous-estimez un peu Zurek, à mon avis. Ses modèles montrent bien qu'une base de décomposition est privilégiée. Vous le faites à partir des changements de base...

Roger Balian.... à partir de la dynamique.

Franck Laloë. Lui le fait à partir du contact de l'appareil de mesure, considéré comme un système ouvert, avec l'environnement extérieur, et la fuite d'intrication de plus en plus loin dans cet environnement. Mais le résultat final me semble proche.

Roger Balian. Le résultat est proche. Il faudrait regarder ces modèles, mais aucun n'est vraiment satisfaisant. L'ambiguïté est levée par la décohérence, mais il n'y a pas l'enregistrement, et la levée de l'ambiguïté suppose que l'enregistrement au sens donné plus haut a été effectué auparavant.

Franck Laloë. La base sur laquelle on arrive est unique. Est-ce bien ce que vous voulez dire ?

Roger Balian. Pas tout à fait la base, mais la base par rapport à l'objet mesuré. Ce qui est unique, ce sont les blocs. La base par rapport à l'objet mesuré n'émerge que par la décohérence sur l'appareil. C'est ce qui est assez amusant.

Franck Laloë. Cela, c'est clair. C'est le cas dans les travaux de Zurek aussi.

Jean Petitot. Ce qui est particulièrement intéressant, dans votre modèle, c'est qu'il fait intervenir la théorie des transitions de phases magnétiques. Vous avez beaucoup insisté – et vous venez d'y revenir – sur le rôle qu'elle joue dans votre démonstration. Vous faites donc intervenir des phénomènes critiques dans l'appareil de mesure. Pour vous, est-ce simplement un cas particulier de quelque chose de beaucoup plus général, ou bien pensez-vous qu'il faut vraiment introduire la notion de criticité ?

Roger Balian. « Critiques », non. Il n'y a pas de fluctuation critique là-dedans, au contraire, puisque le champ moyen est presque exact à l'équilibre dans notre modèle. Il y a une invariance brisée, avec une température de transition. C'est simplement un paradigme qui est derrière l'idée fondamentale selon laquelle le pointeur peut finir dans plusieurs états stables

différents avec *a priori* aucun biais par rapport à ces différents états.

Jean Petitot. Mais il y a derrière des phénomènes de rupture de symétrie et des bifurcations.

Roger Balian. Oui, il y a forcément une brisure. La possibilité de bifurcation peut exister pour les transitions de phase, mais il faut une brisure d'ergodicité.

Jean Petitot. Je connais assez bien la théorie des bifurcations et je trouve que peu d'articles de physique que je lis sur le problème de la mesure y font appel. A moins que je ne lise pas les bons articles ?

Roger Balian. Malheureusement, une bonne partie de la littérature se focalise sur la décohérence et oublie, dans le processus de mesure, l'enregistrement par l'appareil. Or dans une mesure, il y a forcément un gros objet qui est un appareil, avec plusieurs états stables. Les gens oublient ce fait.

Jean Petitot. C'est pourtant un fait clé.

Roger Balian. Il est souvent oublié dans un certain nombre de papiers.

Jean Petitot. Est-ce que je me trompe en disant que non seulement vous mettez en avant ce fait, mais que vous considérez également que c'est un fait fondamental, constitutif du problème de la mesure ?

Roger Balian. Bien sûr c'est un fait fondamental dans une mesure. Mais nous ne sommes évidemment pas les seuls à le dire.

Catherine Pépin. Je souhaite revenir sur la notion d'ergodicité que vous venez de mentionner. Cette trajectoire dynamique couvre-t-elle toutes les configurations possibles ? (???)

Roger Balian. J'ai mal choisi le mot d'ergodicité.

Catherine Pépin. Je n'ai jamais vu cela ailleurs dans votre théorie. Vous faites quand même l'hypothèse qu'une trajectoire dynamique détermine l'état qu'on observe.

Roger Balian. Oui; mais mon mot d'ergodicité est mal choisi. C'est un processus dynamique purement quantique. Ce que je voulais exprimer par brisure d'ergodicité, c'est que dans ce processus les transitions d'un état d'équilibre macroscopique à l'autre n'ont aucune chance de se produire sur un temps raisonnable.

Catherine Pépin. Il y a des états qu'on observe et d'autres qu'on n'observe pas. En ce sens, cela revient un peu à ce que disait Monsieur d'Espagnat.

Roger Balian. Dans l'évolution de ce modèle, nous sommes obligés de partir d'un état initial paramagnétique, c'est-à-dire dans lequel il y a presque autant de spins vers le haut que vers le bas. L'interaction avec S privilégie les flips dans un certain sens pour chaque bloc diagonal. Si elle privilégie les flips vers le haut, par exemple, le couplage avec le bain permettra à la plupart des spins de s'orienter vers le haut et nous aboutirons à une configuration $+m_F$. Partant d'un état pur, nous aurons quelque chose de très aléatoire dans l'évolution, avec une trajectoire. En moyenne statistique, nous aurons une évolution probabiliste à la Fokker-Planck. A la fin, la magnétisation vaudra $+m_F$ à $1/\sqrt{N}$ près, avec épuration de tout ce qu'il y avait en route.

Catherine Pépin. Vous ne couvrez donc quand même qu'une seule partie des états.

Roger Balian. C'est la dynamique qui fait cela, et qui interdit pratiquement le passage vers des valeurs de m éloignées de $+m_F$.

Catherine Pépin. Ma question était plus philosophique, en quelque sorte, et visait à faire le lien avec les propos de Monsieur d'Espagnat selon lesquels c'est plus humain que le fait d'un pur esprit. Je comprends que la dynamique fait que vous n'explorez pas tous les états possibles de S+A. Elle choisit le résultat final avec une certaine trajectoire qui n'explore pas nécessairement tout – mais cette exploration partielle suffit. Cela me rappelle l'hypothèse ergodique qu'avait faite Boltzmann.

Roger Balian. J'ai employé le mot « ergodique » qui n'est pas le bon. En fait, il n'y a rien d'ergodique là-dedans. C'est quantique, donc c'est linéaire. J'aurais dû plutôt employer le terme « erratique ». Il y a quand même de la décohérence dedans, d'une certaine façon. Mais une décohérence très particulière.

Catherine Pépin. J'avoue que je n'ai pas complètement compris la distinction humain/pur esprit. En quoi un pur esprit verrait-il les choses différemment d'un être humain ? C'est une clarification que j'aurais aimé demander.

Roger Balian. Puis-je traduire ce que vous disiez, Monsieur d'Espagnat, de la manière dont je l'ai compris ? Vous avez employé « humain » dans le sens d'une recherche d'affirmations qui portent sur des objets individuels, tandis que la mécanique quantique est « inhumaine » en ce qu'elle ne dit pas grand-chose sur ces objets. C'est nous, en tant qu'humains, qui voulons attribuer ces choses à des objets individuels. Est-ce cela ?

Bernard d'Espagnat. Oui, c'est bien là un aspect de ma manière de voir les choses. Mais celle-ci est plus 'radicale'. J'estime, non seulement que la mécanique quantique standard (sans variables cachées etc. et d'où la mécanique statistique quantique dérive), ne dit rien au sujet des objets individuels mais que pour l'amener à dire quelque chose sur eux il nous faut, en

quelque sorte, lui "forcer la main" à coup d'approximations telles que $0,9999999 = 1$, justifiées par le fait que les aptitudes humaines sont limitées. Qu'il faut, par exemple, volontairement ignorer l'existence - pourtant évidente - de grandeurs en principe mesurables et dont, selon la mécanique quantique elle-même, des mesures mettraient en échec la notion d'objet-en-soi (celle, par exemple, de pointeur bien localisé) ,... mais que la durée trop brève de l'univers ou des 'contingences' similaires nous interdisent de mesurer. Et cela contraste avec le point de vue de la physique classique car selon elle, non seulement les objets existaient en soi tout à fait indépendamment de nos connaissances humaines, mais le rôle de la science, et de la physique en particulier (je mets à part la mécanique statistique), était justement de lever le voile des apparences et de les décrire tels qu'ils sont. Je crois que nous sommes d'accord pour juger que la mécanique quantique standard (sans variables cachées), de même d'ailleurs que la mécanique *statistique* classique, n'est pas capable de faire cela et je dirais que ce n'est même pas son but, qui serait donc plutôt de rendre compte du fait que nous avons *l'impression* de voir des choses et des objets individuels. Et j'estime que c'est aussi cela que vous nous montrez, d'une autre manière.

Roger Balian. Non, pas du tout !

Bernard d'Espagnat. Ce que je veux seulement dire c'est que - comme vous nous le précisiez tout à l'heure - à l'instar de Boltzmann vous mettez de côté le *de facto* inaccessible. C'est pour cela que je ne pense pas que vous arriviez - pas plus que lui d'ailleurs ! - à une connaissance de la réalité telle qu'elle *est*.

Roger Balian. Je ne suis pas d'accord avec vous. Je reviens sur l'interprétation de la mécanique quantique. Il y a le réel. Pour ma part, je crois au réel.

Bernard d'Espagnat. Certes. Moi aussi. Mais le réel est-il connaissable tel qu'il est vraiment ?

Roger Balian. Le réel microscopique n'est pas totalement connaissable. Je suis tout à fait d'accord.

Bernard d'Espagnat. Ah ! En soi, ou bien est-ce qu'on le connaîtra plus tard ?

Roger Balian. Dans le cadre de la mécanique quantique actuelle, il n'est pas totalement connaissable et on ne peut répondre à cette question. Le but de la physique est d'en dire le maximum possible, ce qui se fait par l'intermédiaire de ce que nous appelons « état » – au sens de "ce que nous savons de probabiliste sur un ensemble statistique de systèmes qui ont les mêmes propriétés au départ". Mais cela n'empêche pas ces systèmes individuels d'exister.

Bernard d'Espagnat. Cela ne les empêche pas d'exister mais ne prouve en rien qu'ils existent indépendamment de nous. Et le moins que l'on puisse dire c'est que, contrairement à ce qui était le cas en physique classique, la physique quantique ne nous fournit pas un cadre

conceptuel nous donnant à croire à leur existence !

Roger Balian. Pour ma part, j'y crois. C'est une question de croyance. Il me paraît impensable de ne pas y croire.

Bernard d'Espagnat. Pour vous, est-ce que des systèmes macroscopiques sont réels en soi ?

Roger Balian. Ils sont tout aussi réels que les systèmes microscopiques. Mais ils sont tout aussi mal-connaissables que les systèmes quantiques. D'ailleurs, ils sont bien plus mal-connaissables que les systèmes microscopiques. C'est même bien pire ! Dans le cadre de la mécanique statistique, je ne connais pas la structure détaillée d'une feuille de papier. Et ma méconnaissance est incroyablement plus grande que la méconnaissance que j'ai...

Bernard d'Espagnat.... finalement, rien n'est connaissable !

Catherine Pépin. Qu'entend-on par « connaissable » ?

Roger Balian. Descriptible mathématiquement et parfaitement prévisible.

Bernard d'Espagnat. Ce qui est descriptible mathématiquement, ce sont les phénomènes. Etymologiquement "ce qui apparaît". L'expérience et l'observation ne nous donnent que des 'apparences, les mêmes pour nous tous'. Schrödinger - le physicien, *notre* Schrödinger ! - a d'ailleurs beaucoup insisté sur ce point. Nous ne pouvons pas prouver que nos sensations sont isomorphes au réel. Pour pouvoir le prouver, il faudrait pouvoir comparer l'un et l'autre. Or, remarque-t-il (après maints philosophes), nous connaissons nos sensations, mais pas un réel supposé distinct de celles-ci.

Roger Balian. Elles ne sont pas isomorphes. C'est une image.

Bertrand Saint-Sernin. Je regrette beaucoup d'être aussi ignorant et de ne pas avoir pu suivre vraiment votre conférence. Cela m'amène à poser deux questions. La première est la suivante. Vous avez parlé de mécanique statistique. Une partie de l'œuvre de Boltzmann est constituée des *Populäre Schriften*. Et Schrödinger a aussi des écrits. Au fond, est-ce que ce que vous nous avez exposé pourrait l'être partiellement d'une façon accessible soit à des amateurs non spécialistes de mécanique quantique, soit à des scientifiques d'autres spécialités – qui doivent probablement être aussi perdus que je le suis ?

La seconde chose qui m'a touché et ému, c'est de retrouver presque mot pour mot des passages du *Timée*. Dans la page 54D, Timée dit qu'on est obligé d'opter parce que les observations que nous pouvons faire sur la nature dans certains cas ne nous permettent pas de faire un choix irréfutable dans une direction ou dans une autre. Dans certains cas, il y a une sorte d'insuffisance de l'apport empirique. Puis, un tout petit peu plus loin, il dit que si nous avions la possibilité de connaître les processus singuliers au lieu de voir les choses en masse,

alors notre connaissance de la nature serait beaucoup plus approfondie. J'ai eu l'impression que dans l'expérience que vous présentiez, vous citiez cet obstacle du passage d'une vue statistique à une perception ou à une conception d'événements singuliers – même si on ne peut pas les connaître complètement. Et là encore, vous êtes tout à fait fidèle à ce que Platon dit dans le *Timée* en page 57C, je crois.

Roger Balian. Je n'ai jamais lu le *Timée*, j'en suis désolé – ni la page 57C ! Mais je crois que c'est tout à fait cela, avec une chose complémentaire : j'aime bien l'idée que les choses les plus fondamentales en science (l'impossibilité de dépasser la vitesse de la lumière, l'impossibilité de remonter le temps, de créer de l'énergie, d'obtenir du travail avec une seule source de chaleur, etc.) sont des limites qui nous sont imposées par la nature. Il me semble que la mécanique quantique met précisément une barrière dans le connaissable. Nous pouvons essayer de faire de mieux en mieux, mais cachée dessous, il y a ce que nous analysons comme la non commutation des observables. Nous avons réussi à trouver un outil mathématique qui colle bien avec cette physique microscopique, mais nous n'en avons pas d'intuition. Et le fait que nous n'en ayons pas d'intuition entraîne que lorsque nous essayons de descendre à cette échelle qui est très loin en dessous de nos expériences quotidiennes, nous nous trouvons bloqués dans notre descente — alors que dans le passage que vous avez cité, il y avait encore éventuellement une possibilité de descendre encore plus en dessous.

Bertrand Saint-Sernin. Platon dit « uniquement pour Dieu et pour quelques amis de Dieu ».

Roger Balian. Voilà ! C'est exactement ce que je pense.

Pour revenir à votre première question, il est vraiment très difficile d'arriver à faire passer non seulement à des philosophes mais également à des scientifiques autres que des physiciens et des chimistes cette idée d'algèbre non commutative cachée, cette idée de barrière imposée ou cette idée même de probabilités quantiques (qui ne sont pas des probabilités ordinaires – ce que les mathématiciens eux-mêmes ont parfois du mal à admettre...). Nous arrivons bien à les maîtriser mathématiquement. Nous arrivons aussi à mettre en correspondance ces mathématiques avec le réel. Mais nous n'arrivons pas à les mettre en correspondance avec notre façon de penser macroscopique. C'est la raison pour laquelle la question que vous posez ne trouve malheureusement qu'une réponse négative.

Catherine Pépin. Avez-vous la même définition du connaissable que celle de Monsieur Balian, Monsieur Saint-Sernin ? N'étant ni mathématicien ni physicien, considérez-vous que ce qui est connaissable est ce qui est descriptible mathématiquement et prévisible ? Ou bien avez-vous une autre définition ?

Bertrand Saint-Sernin. Le connaissable n'est pas nécessairement prévisible. Je suis persuadé que les probabilités jouent un rôle absolument fondamental. L'une des choses qui me frappe est que même des collègues probabilistes éprouvent de grandes difficultés psychologiques à admettre la valeur des probabilités dans la vie. Admettre les probabilités

quand elles ne nous touchent pas est une chose. Mais les admettre quand elles nous touchent dans la vie est une tout autre chose, qui est beaucoup plus difficile. Et c'est une chose qu'a développée un mathématicien du XIX^{ème} siècle qui était aussi un grand philosophe, Cournot, dont les débuts ont été très bizarres. Il a quitté l'enseignement secondaire à 15 ans, puis est resté quatre ans petit clerc de notaire avant d'aller à Besançon où il a préparé Normale Sciences. Il a été reçu premier, mais l'école a été fermée l'année suivante. Il est alors devenu précepteur des fils de Gouvion-Saint-Cyr puis professeur d'analyse et inspecteur des études.

Roger Balian. Est-ce le même Cournot qui a été l'un des fondateurs de l'économie ?

Bertrand Saint-Sernin. Oui, c'est lui ! Et il a beaucoup écrit sur les probabilités.

Roger Balian. J'ai moi aussi toujours été surpris de voir ce qu'on fait dire à Laplace sur les probabilités. En effet, au début du *Traité des probabilités*, il prend bien soin de dire que le déterminisme absolu (notion qu'on lui attribue toujours) est impensable, raison pour laquelle il faut utiliser des probabilités. Cette phrase est souvent extraite de son contexte alors que c'est une introduction au *Traité des probabilités* dont le but est de promouvoir la nécessité des probabilités. C'est curieux.

Olivier Rey. En effet, on cite toujours les phrases de Laplace sur le déterminisme universel sans égard au fait que Laplace n'évoque ce déterminisme que pour dire, aussitôt après, que les êtres finis que nous sommes ne peuvent en prendre la mesure, et en déduire le rôle essentiel des probabilités.

Roger Balian. On parle de « déterminisme laplacien » alors que c'est exactement le contraire.

Bertrand Saint-Sernin. En effet.

Catherine Pépin. A titre personnel, je pense que c'est un peu la même chose pour Descartes.

Bernard d'Espagnat. La discussion est passionnante mais hélas il est tard. Nous devons lever la séance. Merci.